

泰勒公式推导方式二



东四王丁

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/622433720>

在级数这一节，使用了先设定然后推导的方式

也就是要将函数表达到多项式幂函数相加的形式

$$\text{即 } f(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots + a_n(x - x_0)^n + O(x - x_0)^n$$

$$f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i(x - x_0)^i$$

幂函数是存在n阶导数的，所以可以依次求n阶导函数，得到：

$$f^{(0)}(x) = a_0, f^{(1)}(x) = a_1 + 2a_2(x - x_0) + 3a_3(x - x_0)^2 + \dots$$

$$f^{(n)}(x) = n!a_n + (n + 1)!a_{n+1}(x - x_0) + \frac{(n+2)!}{2}a_{n+2}(x - x_0)^2 + \dots$$

然后可以带入 x_0 ，得到

$$f^{(0)}(x_0) = a_0, f^{(1)}(x_0) = a_1, f^{(2)}(x_0) = 2!a_2, \dots, f^{(n)}(x_0) = n!a_n$$

所以就可以带入得到泰勒公式

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f^{(2)}(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + O(x - x_0)^n$$

编辑于 2023-05-03 18:37 · IP 属地上海

积分方程

微积分

高等数学